

# 1

## Semillas primordiales

*La fin de siècle, la belle époque.* En las postrimerías del siglo XIX, París era sinónimo de progreso. En el oeste, la nueva torre de Gustave Eiffel (aún considerada un atentado para la vista por los parisienses que viven a su sombra) se alzó sobre el emplazamiento de la Feria Mundial de 1889. En el norte, a los pies de Montmartre, un nuevo cabaret llamado Moulin Rouge acababa de abrir sus puertas a bombo y platillo. Tal era su popularidad que el príncipe de Gales acudió a contemplar el espectáculo desde Gran Bretaña. Más cerca del centro urbano comenzaban a difundirse rumores sobre ciertos accidentes inexplicables ocurridos en la magnífica y aún reciente sede de la ópera de la ciudad, el Palais Garnier, accidentes que provocaron al menos una muerte cuando se desprendió parte de la lámpara de araña. Se rumoreaba que un fantasma acechaba el edificio.

A escasas manzanas al este del Palais Garnier yacía el corazón palpitante del imperio francés: la Bolsa de París, el principal mercado bursátil de la capital francesa. Ocupaba un palacio construido por Napoleón como templo al dinero, el Palais Brongniart. Estatuas de sus símbolos, la Justicia, el Comercio, la Agricultura y la Industria, flanqueaban la escalinata exterior. Unas majestuosas columnas neoclásicas protegían sus puertas. En el interior, el cavernoso vestíbulo principal era lo bastante grande como para acoger a centenares de corredores de bolsa y a los miembros del personal. Durante una hora cada día, todos ellos se reunían bajo los ornamentados relieves tallados y

un espectacular tragaluz para negociar con los bonos gubernamentales permanentes, llamados *rentes*, que habían financiado las ambiciones mundiales de Francia durante un siglo. Imperial e imponente, la Bolsa era el centro de la ciudad considerada el epicentro del mundo.

O eso debió de parecerle a Louis Bachelier cuando entró allí por vez primera, en 1892.<sup>1</sup> Tenía veintipocos años y era un huérfano de provincias. Acababa de llegar a la ciudad, tras cumplir el servicio militar obligatorio, para retomar su educación en la Universidad de París. Estaba resuelto a licenciarse como matemático o físico, por adversas que fueran las circunstancias, pues tenía una hermana y un hermano pequeños a quienes alimentar. Había vendido recientemente el negocio familiar, venta que le había proporcionado suficiente dinero por el momento, pero no le duraría para siempre. Y así, mientras sus compañeros de estudios se zambullían en los libros, Bachelier tendría que trabajar. Por suerte, el hecho de tener una mente dotada para los números y experiencia empresarial ganada con esfuerzo le había garantizado un empleo en la Bolsa de París. Se convenció de que sería un empleo temporal. Las finanzas consumirían sus días, pero reservaría las noches para la física. Hecho un manojito de nervios, Bachelier se armó de valor para ascender por aquella escalinata hacia las columnas de la Bolsa.

En el interior reinaba una gran algarabía.<sup>2</sup> La Bolsa funcionaba según un sistema a viva voz para efectuar la compra-venta de valores: agentes y negociantes se congregaban en el vestíbulo principal del Palais Brongniart y comunicaban a voz en grito sus órdenes de comprar y vender o, cuando eso fallaba, hacían señales con las manos. Los salones estaban repletos de hombres que trajinaban realizando transacciones, transfiriendo contratos y cuentas, apostando y vendiendo valores bursátiles y *rentes*. Bachelier conocía los rudimentos del sistema financiero francés, pero poco más. La Bolsa no parecía el lugar más indicado para un muchacho taciturno, un matemático con temperamento de erudito. Pero no había vuelta atrás. Era sólo un juego, se dijo. Siempre había sentido fascinación por la teoría de la probabilidad, las matemáticas de la casualidad y,

por extensión, de los juegos de azar. Si conseguía imaginarse los mercados financieros franceses como un casino glorificado, un juego cuyas reglas estaba a punto de aprender, no le atemorizarían.

Se repitió el mantra «no es más que un juego de azar elaborado» mientras avanzaba entre la muchedumbre.

«¿Quién es este individuo?», se preguntó Paul Samuelson por segunda vez en cuestión de minutos. Estaba sentado en su despacho, en el departamento de económicas del MIT. Corría en torno al año 1955. Ante él tenía una tesis doctoral de medio siglo de antigüedad escrita por un francés del que Samuelson estaba seguro de no haber oído hablar jamás.<sup>3</sup> Bachelor o Bachelier, algo por el estilo. Comprobó de nuevo la portada del documento. Louis Bachelier. No le sonaba de nada.<sup>4</sup>

Pese al anonimato de su autor, el texto que tenía abierto sobre el escritorio se le antojaba asombroso. Cincuenta años atrás, Bachelier había expuesto las matemáticas de los mercados financieros. El primer pensamiento de Samuelson fue que su propio trabajo en la materia durante algunos de los últimos años —trabajo que debía formar la base de la tesis de uno de sus doctorandos— no podía reivindicarse como original. Sin embargo, aquel texto era, si cabe, más sorprendente todavía. Al parecer, en torno a 1900, aquel tal Bachelier había desentrañado gran parte de las matemáticas que Samuelson y sus alumnos estaban adaptando ahora para su uso en economía, unas matemáticas que Samuelson creía que se habían desarrollado mucho después, por matemáticos cuyos nombres se sabía de memoria porque estaban enlazados a los conceptos que supuestamente habían inventado: el proceso de Weiner, las ecuaciones de Kolmogorov, la martingala de Doob... Samuelson pensaba que éstas eran novedades, con veinte años de antigüedad a lo sumo. Pero allí estaba todo, plasmado en la tesis de Bachelier. ¿Cómo era posible que jamás hubiera oído hablar de él?

El interés de Samuelson por Bachelier se había despertado hacía unos días, al recibir una postal de su amigo Leonard *Jimmie* Savage, que ejercía de profesor de estadística en la Uni-

versidad de Chicago. Savage acababa de concluir la redacción de un libro de texto sobre probabilidad y estadística que había suscitado su interés por la historia de la teoría de la probabilidad. Había estado investigando en la biblioteca universitaria en busca de obras sobre probabilidad de principios del siglo xx cuando había tropezado con un libro de texto datado de 1914 que nunca antes había visto. Al hojearlo, Savage se percató de que, además de contener algunos trabajos pioneros en el campo de la probabilidad, el libro contenía unos cuantos capítulos dedicados a lo que el autor denominaba «especulación»: literalmente, teoría de la probabilidad aplicada a la especulación de los mercados. Savage intuyó (correctamente) que, si él jamás había visto aquella obra, era probable que sus amigos en los departamentos de económicas tampoco lo hubieran hecho, de manera que envió unas cuantas postales preguntando si alguien conocía a Bachelier.

Samuelson nunca había oído aquel nombre. Pero le interesaban las finanzas matemáticas, un campo que creía en proceso de invención, y sintió curiosidad por ver qué había hecho aquel francés. La biblioteca de matemáticas del MIT, pese a su extenso catálogo, carecía de un ejemplar de aquel oscuro libro de texto de 1914.<sup>5</sup> Pero Samuelson encontró en ella un artículo de Bachelier que le picó la curiosidad: la tesis de Bachelier, publicada bajo el título «Una teoría de la especulación». La sacó de la biblioteca y se la llevó a su despacho.

Por supuesto, Bachelier no fue la primera persona que demostró tener un interés matemático por los juegos de azar. Tal distinción corresponde al renacentista italiano Gerolamo Cardano.<sup>6</sup> Nacido en Milán en torno a principios del siglo xvi, Cardano fue el médico más reputado de su época: pontífices y reyes recababan sus consejos médicos. Escribió centenares de estudios sobre temas que abarcaban desde la medicina y las matemáticas hasta la mística. Pero su verdadera pasión era el juego. Jugaba constantemente a los dados, a las cartas, al ajedrez. En su autobiografía confesaba haber pasado años en los que jugaba cada día. En la Edad Media y el Renacimiento, el juego se construía en torno a una noción burda de cuota de apues-

tas y recompensas, similar en cierta medida a la organización de las carreras hípicas hoy en día. Los corredores anunciaban sus cuotas de apuestas en forma de pares de números, como «10 a 1» o «3 a 2», los cuales reflejaban las pocas probabilidades de ganar que tenía cada apuesta. (Una cuota de apuestas de 10 a 1 implicaba que, por cada dólar o libra apostados, o por cada florín, si se ganaba, se recibirían 10 dólares, libras o florines, además de la apuesta inicial, y, si se perdía, se perdía el dólar, etc.) Pero aquellos números se fundamentaban en gran medida en el instinto del corredor de apuestas y poco más. Cardano, en cambio, creía que existía un modo más riguroso de entender las apuestas, al menos con respecto a algunos juegos sencillos. De acuerdo con el espíritu de los tiempos, quería trasladar las matemáticas modernas a su tema predilecto.

En 1526, aún en la veintena, Cardano escribió un libro donde describía los primeros intentos de una teoría sistemática de la probabilidad.<sup>7</sup> Se centró para ello en los juegos de lanzamiento de dados. Su planteamiento básico era que, si uno asumía que un dado podía aterrizar tanto sobre una cara como sobre otra, podían establecerse las probabilidades precisas de todas las combinaciones posibles, básicamente contando. Así, por ejemplo, hay seis resultados posibles al lanzar un dado normal y un único modo preciso de que salga el 5. De manera que las probabilidades matemáticas de que salga un 5 son 1 de 6 (que corresponderían a una apuesta de «5 a 1»). Pero ¿qué probabilidades hay de sumar 10 si se lanzan dos dados? Hay  $6 \times 6 = 36$  resultados posibles, de los cuales 3 corresponden a una suma de 10. De manera que las probabilidades de sumar 10 son de 3 entre 36 (que corresponderían a una apuesta de «33 a 3»). Ahora estos cálculos nos parecen elementales y posiblemente ni siquiera en el siglo XVI sorprendieran estos resultados, pues cualquiera que hubiera pasado suficiente tiempo jugando habría desarrollado un sentido de la probabilidad en los juegos de dados, pero Cardano fue la primera persona en proporcionar una explicación matemática de por qué las probabilidades eran las que todo el mundo conocía.

Cardano no llegó a publicar su libro. Al fin y al cabo, ¿por qué revelar tus trucos para apostar a los dados?, pero el manus-

crito fue hallado entre sus documentos cuando falleció y, un siglo más tarde de ser escrito, en 1663, se publicó finalmente. Para entonces se habían realizado avances independientes hacia una teoría de la probabilidad completamente desarrollada. La más destacada se realizó por mandato de otro jugador, un escritor francés conocido con el nombre de Chevalier de Méré (un manierismo, pues no se trataba de ningún noble).<sup>8</sup> De Méré sentía interés por diversas cuestiones, la más acuciante de las cuales guardaba relación con su estrategia en un juego de dados al cual le gustaba jugar. El juego implicaba lanzar varios dados seguidos. El jugador apostaba a cómo saldrían las tiradas. Por ejemplo, si se arrojaba un único dado cuatro veces, podía apostarse a que al menos se obtendría un 6 en una de ellas. La creencia popular era que se trataba de una apuesta igualitaria, pues el juego se reducía a la más pura de las suertes. Pero De Méré tenía la intuición de que, si se apostaba a que saldría un 6 y se hacía en cada partida, con el tiempo uno acabaría ganando más de lo que perdía. Tal era la base para la estrategia de juego de De Méré, la cual le había granjeado una suma de dinero considerable. Ahora bien, De Méré tenía una segunda estrategia que consideraba igual de buena pero que, por algún motivo, no le había dado más que quebraderos de cabeza. Aquella segunda estrategia consistía en apostar siempre que saldría un 6 doble al menos una vez si se lanzaban dos dados 24 veces. La estrategia no parecía funcionar y De Méré quería saber por qué.

En tanto que escritor, De Méré era un habitual de los salones parisienses, de los encuentros de la elite intelectual francesa, a medio camino entre fiestas de cóctel y conferencias académicas. Los salones atraían a ciudadanos cultos de toda índole, matemáticos incluidos. Y fue así como De Méré comenzó a plantear su problema a los matemáticos con quienes socializaba. Nadie parecía tener una respuesta, ni demasiado interés en encontrarla, hasta que De Méré explicó su problema a Blaise Pascal. Pascal había sido un niño prodigio que había entendido gran parte de la geometría clásica por sí solo haciendo dibujos en su infancia. En sus últimos años de adolescencia era ya un asiduo asistente del salón más importante de París, regentado por un sacerdote jesuita llamado Marin Mersenne. Fue allí

donde De Méré y Pascal se conocieron. Pascal no sabía la respuesta, pero el problema le intrigó, básicamente porque coincidía con la apreciación de De Méré de que debía tener una solución matemática.

Pascal empezó a trabajar en el problema de De Méré. Recabó la ayuda de otro matemático, de nombre Pierre de Fermat. Fermat era un abogado docto que hablaba con fluidez media docena de idiomas, además de ser uno de los matemáticos más capaces de su tiempo. Fermat vivía unos seiscientos cincuenta kilómetros al sur de París, en Toulouse, motivo por el cual Pascal no lo conocía en persona, pero había oído hablar de él a través de sus contactos en el salón de Mersenne. En el transcurso del año 1654, en una larga serie de cartas, Pascal y Fermat hallaron una solución al problema de De Méré. Y en el camino asentaron los cimientos de la teoría de la probabilidad moderna.

Una de las cosas producidas por la correspondencia entre Pascal y Fermat fue un modo de calcular con precisión las probabilidades de ganar apuestas a los dados de la índole que tanto preocupaba a De Méré. (El sistema de Cardano también incluía este tipo de juego de dados, pero nadie lo conocía cuando De Méré se interesó por estas cuestiones.) Fueron capaces de demostrar que la primera estrategia de De Méré funcionaba porque las posibilidades de obtener un 6 si se lanzaba un dado cuatro veces era ligeramente superior al 50 %, exactamente 51,7747 %. En cambio, la segunda estrategia de De Méré no funcionaba tan bien porque las posibilidades de sacar un par de 6 al lanzar dos dados 24 veces era sólo de un 49,14 %, inferior a un 50 %. Lo cual significaba que con aquella segunda estrategia era ligeramente menos probable ganar que perder, mientras que con la primera se daba la circunstancia inversa. De Méré asimiló con deleite los conocimientos de los dos grandes matemáticos y, a partir de entonces, se adhirió exclusivamente a la primera estrategia.

La interpretación del argumento de Pascal y Fermat era evidente, al menos desde la perspectiva de De Méré. Pero ¿qué significan exactamente estos números? La mayoría de las personas se hacen una idea aproximada intuitivamente de qué sig-

nifica que algo tenga una probabilidad determinada, pero hay en juego una profunda cuestión filosófica.<sup>9</sup> Supongamos que planteo que las posibilidades de que salga cara cuando lanzo una moneda al aire son del 50 %. *Grosso modo*, ello significa que, si lanzo una moneda al aire varias veces, me saldrá cara aproximadamente la mitad de ellas. Pero no significa que tenga garantizado que tal será el resultado que obtendré exactamente la mitad de las veces. Si lanzo una moneda 100 veces, puede salirme cara 51, 75 o incluso 100 veces. Es posible sacar cara cualquier número de veces. De manera que ¿por qué tenía De Mééré que prestar atención a los cálculos de Pascal y Fermat? Ni siquiera le garantizaban que su primera estrategia fuera infalible; De Mééré podía pasarse el resto de la vida apostando a que saldría un 6 cada vez que alguien lanzaba un dado cuatro veces seguidas y no volver a ganar nunca, pese a los cálculos de probabilidades. Puede sonar extravagante, pero no hay nada en la teoría de la probabilidad (ni de la física) que lo descarte.

Entonces, ¿qué nos revelan las probabilidades, si no nos garantizan nada sobre la frecuencia con la que algo sucederá? Si a De Mééré se le hubiera ocurrido formular tal pregunta, habría tenido que aguardar largo tiempo para obtener una respuesta. Medio siglo, para ser exactos. La primera persona que resolvió cómo pensar en la relación entre las probabilidades y la frecuencia con la que se producen los acontecimientos fue un matemático suizo llamado Jacob Bernoulli, y lo hizo poco antes de su fallecimiento, en 1705. Bernoulli demostró que, si la probabilidad de que saliera cara era del 50 %, la probabilidad de obtener cara *diferirá* del 50 % en un porcentaje progresivamente inferior cuantas más veces se lance la moneda. Era más probable obtener cara en un 50 % de las ocasiones si se lanzaba la moneda 100 veces que si se lanzaba sólo dos. Pero esta respuesta es sospechosa, ya que emplea conceptos de probabilidad para explicar qué significan las probabilidades. Puede conseguirse que resulte menos confusa. Bernoulli no supo apreciarlo (de hecho, no se llegó a una explicación completa hasta el siglo xx), pero es posible demostrar que, si las posibilidades de obtener cara cuando se lanza una moneda son del 50 % y la moneda se lanza un número *infinito* de veces, enton-



ces es (esencialmente) cierto que la mitad de las veces saldrá cara. Dicho de otro modo: en el caso de la estrategia de De Méré, si éste jugaba a los dados un número infinito de veces, apostando al 6 en cada partida, en esencia tendría garantizada una victoria en el 51,7477 % de los casos. Este resultado se conoce como la ley de los grandes números.<sup>10</sup> Y apunta una de las interpretaciones más importantes de la probabilidad.

Pascal nunca fue un jugador, por lo cual resulta irónico que una de sus principales aportaciones a las matemáticas se diera principalmente en el ámbito de los juegos de azar. Pero más irónico aún es que una de las cosas por las que es más conocido sea por una apuesta que lleva su nombre. En las postrimerías de 1654, Pascal vivió una experiencia mística que le cambió la vida. Dejó de trabajar en las matemáticas y se consagró por entero al jansenismo, un polémico movimiento cristiano que cobró gran fuerza en Francia en el siglo XVII. Empezó entonces a escribir prolíficamente sobre asuntos teológicos. La «Apuesta de Pascal», como se la conoce en la actualidad, apareció por primera vez en una nota entre sus escritos religiosos. Pascal defendía que la creencia en la existencia del Dios cristiano podía plantearse en términos de una apuesta: o existía o no, y que las creencias de cada persona al respecto representaban una apuesta en uno u otro sentido. Sin embargo, antes de hacer ninguna apuesta, convenía saber cuáles eran las probabilidades y qué ocurriría si se ganaba o se perdía. Según el razonamiento de Pascal, si se apostaba a que Dios existía y se vivía la vida con acuerdo a los principios cristianos, y uno acertaba haciéndolo, pasaría la eternidad en el paraíso. En cambio, si se equivocaba, sencillamente moriría y no pasaría nada más. Y eso era justamente lo que ocurría también si se apostaba contra Dios y se ganaba. Ahora bien, si se apostaba contra Dios y se perdía, uno estaba condenado a la perdición. Planteada en tales términos, Pascal resolvió que la decisión era fácil. Las desventajas del ateísmo daban demasiado pavor.

Pese a su fascinación por la probabilidad, Louis Bachelier no disfrutó de una gran suerte en vida. Sus trabajos supusieron aportaciones de gran calado a los ámbitos de la física, las finan-

zas y las matemáticas y, sin embargo, jamás consiguió traspasar el umbral de la respetabilidad académica. Cada vez que se le cruzaba en el camino una brizna de suerte, se le escurría entre los dedos en el último momento. Nacido en 1870 en El Havre, una bulliciosa ciudad portuaria situada en el noroeste de Francia, el joven Louis fue un estudiante prometedor. Sobresalió en matemáticas ya en el instituto, donde se sacó el bachillerato científico en octubre de 1888. Su expediente era lo bastante sólido como para poder matricularse en una de las selectivas *grandes écoles* de Francia —la Ivy League francesa—, universidades de elite de las que emergían los futuros intelectuales o funcionarios públicos. Bachelier procedía de una familia de comerciantes de clase media, poblada de eruditos *amateurs* y artistas. Seguramente, el hecho de asistir a una *grande école* le habría abierto unas puertas intelectuales y profesionales a las que sus padres y abuelos no habían tenido acceso.

Pero antes de poder solicitar el ingreso siquiera, sus progenitores fallecieron. Bachelier se quedó a cargo de una hermana mayor soltera y de un hermano de tres años a quienes debía mantener. Durante dos años regentó el negocio vitivinícola familiar, hasta que fue reclutado para cumplir el servicio militar en 1891. Un año más tarde, una vez concluido su servicio en el ejército, Bachelier pudo por fin retomar sus estudios. Sin embargo, cuando se reinsertó en el ámbito académico, ahora ya en la veintena y sin una familia que lo sustentara, sus opciones eran limitadas. Era demasiado mayor para asistir a una *grande école*, por lo que se matriculó en la Universidad de París, una elección mucho menos prestigiosa.

Aun así, algunas de las mentes más brillantes de la ciudad ejercían como profesores en aquella universidad, una de las pocas de Francia donde el profesorado podía consagrarse a la investigación más que a la docencia, y sin duda era posible conseguir una educación de primera categoría en los salones de la Sorbona. Bachelier no tardó en destacar entre sus compañeros. No era el alumno con mejor expediente académico, pero el puñado de estudiantes que lo superaban, compañeros de clase como Paul Langevin y Alfred-Marie Liénard, son hoy tan famosos como el propio Bachelier, al menos entre los ma-

temáticos. Estaba en buena compañía. Tras concluir su licenciatura, Bachelier permaneció en la Universidad de París para cursar el doctorado. Su trabajo atrajo la atención de las mentes más preclaras del momento, y empezó a ahondar en una tesis (la que posteriormente descubrió Samuelson sobre la especulación en los mercados financieros) con Henri Poincaré, quizá el matemático y físico más célebre en Francia a la sazón.

Poincaré era el mentor ideal para Bachelier.<sup>11</sup> Había realizado aportaciones sustanciales en todos los campos que había tocado, incluidas las matemáticas puras, la astronomía, la física y la ingeniería. Si bien él sí se licenció por una *grande école*, se había doctorado en la Universidad de París, al igual que Bachelier. También había obtenido experiencia trabajando fuera del ámbito académico, como inspector de minas. Es más, durante gran parte de su vida continuó trabajando como ingeniero minero profesional, hasta convertirse, con el tiempo, en el ingeniero jefe del Corps de Mines de Francia, gracias a lo cual era perfectamente capaz de apreciar la importancia de trabajar en las matemáticas aplicadas, incluso en áreas tan insólitas (por entonces) como las finanzas. Por otro lado, a Bachelier le habría resultado prácticamente imposible elaborar una tesis sin un supervisor tan prolífico y ecuménico como Poincaré. Además, el enorme éxito de Poincaré lo había convertido en una figura cultural y política destacada en Francia, alguien que podía ejercer como padrino influyente para un estudiante cuya investigación resultaba difícil de contextualizar en el mundo académico del momento.

Y así fue como Bachelier escribió su tesis, que finalizó en 1900. La idea central era que la teoría de la probabilidad, el área de las matemáticas inventada por Cardano, Pascal y Fermat en los siglos XVI y XVII, podía aplicarse para entender los mercados financieros. En otras palabras, que uno podía imaginarse un mercado como un juego de azar gigantesco. Hoy en día es habitual comparar los mercados bursátiles con los casinos, pero ello es así gracias a la potente idea de Bachelier.

Medida por cualquier baremo intelectual, la tesis de Bachelier fue un éxito enorme y, al parecer, pese a lo que ocurrió

a continuación, Bachelier tuvo conciencia de ello. Sin embargo, profesionalmente fue un desastre. El problema radicó en el público. Bachelier se situaba en la vanguardia de una revolución por venir (de hecho, acababa de inventar las matemáticas financieras), pero se dio la triste coincidencia de que ninguno de sus coetáneos se hallaba capacitado para apreciar adecuadamente sus méritos. En lugar de una comunidad de eruditos con un pensamiento similar, Bachelier fue evaluado por matemáticos y físicos con una orientación matemática. En épocas posteriores, incluso estos grupos habrían aceptado con buenos ojos el proyecto de Bachelier. Pero, en 1900, las matemáticas continentales eran muy cerradas de miras. La percepción general entre los matemáticos era que las matemáticas acababan de salir de una crisis que había empezado a cobrar forma en torno a 1860. Durante este período se había demostrado que muchos teoremas muy conocidos contenían errores, lo cual había llevado a los matemáticos a preocuparse porque los cimientos de su disciplina se tambalearan. En especial, se debatía el tema de cómo identificar métodos rigurosos adecuados para asegurarse de que los nuevos resultados que inundaban las publicaciones académicas no presentaran tantos errores como los antiguos. Aquella búsqueda desenfadada por el rigor y la formalidad había envenenado las matemáticas en tal grado que los matemáticos más corrientes contemplaban las matemáticas aplicadas, e incluso la física matemática, con recelo. La idea de internar las matemáticas en un campo nuevo y, peor aún, de usar la intuición de las finanzas para orientar el desarrollo de unas nuevas matemáticas, se consideraba abominable y aterradora.

La influencia de Poincaré fue suficiente como para ayudar a Bachelier a defender su tesis, pero incluso él se vio obligado a concluir que el análisis de Bachelier era demasiado ajeno a la corriente imperante entre las matemáticas francesas como para obtener la máxima distinción.<sup>12</sup> La tesis de Bachelier obtuvo una calificación de *honorable*, en lugar de la calificación superior: *très honorable*. El informe de la comisión, redactado por Poincaré, reflejaba la honda apreciación de éste por el trabajo de Bachelier, tanto en el campo de las nuevas matemáticas como en su íntimo conocimiento del funcionamiento de

los mercados financieros. Pero era imposible otorgar una matrícula de honor a una tesis matemática que, medida por el patrón del momento, no versaba sobre un tema matemático. Y sin una tesis considerada *très honorable*, las perspectivas de Bachelier como matemático profesional se desvanecieron. Gracias al apoyo continuado de Poincaré, Bachelier permaneció en París. Recibió un puñado de becas de pequeña cuantía tanto de la Universidad de París como de fundaciones independientes, merced a las cuales pudo costearse su modesto estilo de vida. A partir de 1909 se le permitió impartir clases en la Universidad de París, pero sin cobrar salario por ello.

El revés más cruel de todos, no obstante, tuvo lugar en 1914. A principios de año, el Consejo de la Universidad de París autorizó al decano de la Facultad de Ciencias a crear un puesto permanente para Bachelier. Tras tanto tiempo, Bachelier tenía por fin la carrera profesional que tanto había soñado al alcance de su mano. Pero, en otra mala pasada del destino a Bachelier, antes de que tal puesto pudiera crearse, en agosto de aquel mismo año, Alemania marchó a través de Bélgica e invadió Francia. En respuesta a la invasión, Francia se movilizó para la guerra. El 9 de septiembre, el matemático de cuarenta y cuatro años que había revolucionado las finanzas sin que nadie supiera apreciarlo fue reclutado por el ejército francés.

Imagine el sol resplandeciendo a través de una ventana en un desván polvoriento. Si concentra los ojos de manera correcta, conseguirá ver diminutas partículas de polvo bailando en la columna de luz. Parecen suspendidas en el aire. Si las contempla con atención, comprobará que a veces describen giros y cambios de dirección repentinos, y que tanto se elevan como caen. Si pudiera usted observarlas desde muy cerca, bajo el microscopio, por ejemplo, podría ver que las partículas se agitan constantemente. Este movimiento aparentemente aleatorio, de acuerdo con el poeta romano Tito Lucrecio (que escribió en torno al año 60 a.C.),<sup>13</sup> demuestra que debe haber partículas diminutas e invisibles (él las denominó «fragmentos primordiales») sacudiendo las motas de polvo desde todos los lados y empujándolas primero en una dirección y luego en otra.

Dos mil años más tarde, Albert Einstein planteó un argumento similar a favor de la existencia de los átomos. Pero mejoró el de Lucrecio al concebir un marco matemático que le permitió describir con precisión las trayectorias que describiría una partícula si los giros y cambios de dirección estuvieran causados verdaderamente por colisiones con partículas aún más pequeñas. En los seis años que siguieron, el físico francés Jean-Baptiste Perrin inventó un método experimental para seguir el rastro a las partículas suspendidas en un fluido con suficiente precisión como para demostrar que, efectivamente, seguían rutas como las predichas por Einstein. Estos experimentos bastaron para convencer de la existencia de los átomos a los aún escépticos.<sup>14</sup> La aportación de Lucrecio, sin embargo, pasó sin pena ni gloria.

El tipo de trayectorias por las que se interesó Einstein son ejemplos de movimiento browniano, bautizado en honor al botánico escocés Robert Brown, quien descubrió el movimiento aleatorio de las partículas de polen suspendidas en el agua en 1826.<sup>15</sup> El tratamiento matemático del movimiento browniano se conoce también como «paseo o camino aleatorio» o con el nombre más evocativo de «paseo del borracho».<sup>16</sup> Imagine a un hombre que sale de un bar en Cancún con un bote abierto de crema solar goteándole por el bolsillo posterior de sus pantalones. Tras dar unos cuantos pasos al frente, es probable que tropiece y cambie de dirección. Al estabilizarse, dará otro paso y luego volverá a trastabillar. La dirección que sigue tras dar cada traspie es, esencialmente, aleatoria, por lo menos en el sentido de que no guarda relación con su supuesto destino. Si el hombre tropieza con la frecuencia suficiente, el caminillo que irán dejando las gotas de crema solar en el suelo mientras se dirige hacia el hotel (o en cualquier otra dirección) recordará a la trayectoria de una partícula de polvo flotando en la luz solar.

En las comunidades de la física y de la química, todo el crédito de la explicación matemática del movimiento browniano se atribuye a Einstein, porque fue su artículo de 1905 el que llamó la atención a Perrin.<sup>17</sup> Pero, de hecho, Einstein iba con cinco años de retraso. Bachelier ya había descrito las matemá-

ticas de los paseos aleatorios en 1900, en su tesis. A diferencia de Einstein, Bachelier tenía poco interés en el movimiento aleatorio de las partículas de polvo cuando chocaban con átomos. Lo que interesaba a Bachelier eran los movimientos aleatorios de los precios de las acciones en la bolsa.

Imagine que el beodo de Cancún se encuentra por fin de regreso en su hotel. Sale del ascensor y se enfrenta a un largo pasillo que se extiende tanto a su izquierda como a su derecha. En un extremo del pasillo está la habitación 700 y, en el extremo opuesto, la 799. Él se encuentra en algún punto intermedio, pero no tiene ni idea de qué dirección tomar para llegar a su habitación. Da unos cuantos traspiés y va avanzando primero hacia un lado y luego hacia el otro. La pregunta que la teoría matemática del camino aleatorio permite responder es la siguiente: supongamos que, con cada paso que da el borracho, hay un 50 % de posibilidades de avanzar hacia la habitación 700, situada en un extremo del pasillo, y otro 50 % de acercarse a la 799, en el extremo opuesto. ¿Qué probabilidad hay de que, tras dar cien pasos, por decir algo, o mil, se halle de pie frente a una habitación determinada?

Para apreciar cómo este tipo de matemáticas nos pueden ayudar a entender los mercados financieros, basta con tener en cuenta que el precio de una acción se parece mucho a nuestro hombre en Cancún. En cualquier instante existe la posibilidad de que ese precio aumente, pero también de que descienda. Ambas posibilidades son directamente análogas al borracho que avanza a trompicones hacia la habitación 700 o la 799, caminando en un sentido u otro por el pasillo. De este modo, la pregunta que las matemáticas pueden responder en este caso es la siguiente: si la acción arranca a un determinado precio y describe un camino aleatorio, ¿qué probabilidades hay de que el precio siga siendo de un valor determinado tras un período dado de tiempo? Dicho de otro modo, ¿ante qué puerta se habrá plantado a trompicones el precio tras cien o mil tropezones?

Tal fue la pregunta que Bachelier respondió en su tesis. Demostró que, si el precio de una acción describe un camino aleatorio, la probabilidad de que adquiera un cierto valor tras un determinado lapso la da una curva conocida como distribu-

ción normal o campana de Gauss.<sup>18</sup> Como su nombre sugiere, se trata de una curva de forma acampanada, redondeada por arriba y ensanchada por la base. La parte más alta de la curva se centra en el precio de salida, lo cual significa que la situación más probable es que el precio se sitúe en algún punto cercano a donde comenzó. Algo más lejos de este pico central, la curva desciende rápidamente, cosa que indica que es menos probable que se produzcan variaciones importantes en el precio. No obstante, a medida que el precio de la acción va dando más pasos por el camino aleatorio, la curva se ensancha progresivamente y su altura general desciende, cosa que indica que, con el tiempo, aumentan las posibilidades de que el precio varíe del valor inicial. En este caso, una imagen vale más que mil palabras; consulte la figura 1 para comprobar cómo funciona este tema.

Concebir los movimientos bursátiles en términos de caminos aleatorios es de una modernidad asombrosa, y parece que Bachelier fue el primero que pensó en los mercados en tales términos.<sup>19</sup> A pesar de ello, a cierto nivel, la idea se antoja una insensatez (lo cual podría explicar por qué nadie más la contempló). Probablemente se dirá usted: «Pero yo creo en las matemáticas». Si las cotizaciones en bolsa fluctúan aleatoriamente, entonces la teoría de los paseos aleatorios tiene todo el sentido. Pero ¿por qué debemos dar por sentado que los mercados fluctúan de manera aleatoria? Los precios suben con las buenas noticias y bajan con las malas. No hay nada de aleatorio en eso. El punto de partida básico de Bachelier, a saber: que la probabilidad de que un precio aumente en un momento determinado siempre es igual a la de que descienda, es una patraña.

A Bachelier no se le escapaba esta idea. En tanto que una persona íntimamente familiarizada con el funcionamiento de la Bolsa de París, Bachelier era plenamente consciente del potente efecto que la información podía tener en los precios de los valores negociables. Y, visto en retrospectiva, resulta fácil señalar las buenas o malas noticias y esgrimirlas para explicar los movimientos bursátiles. Pero Bachelier aspiraba a entender las probabilidades de los precios en el *futuro*, sin saber cuáles iban a ser las noticias. Ciertamente, algunas noticias futuras pueden predecirse en función de lo que ya sabemos. Al fin y al



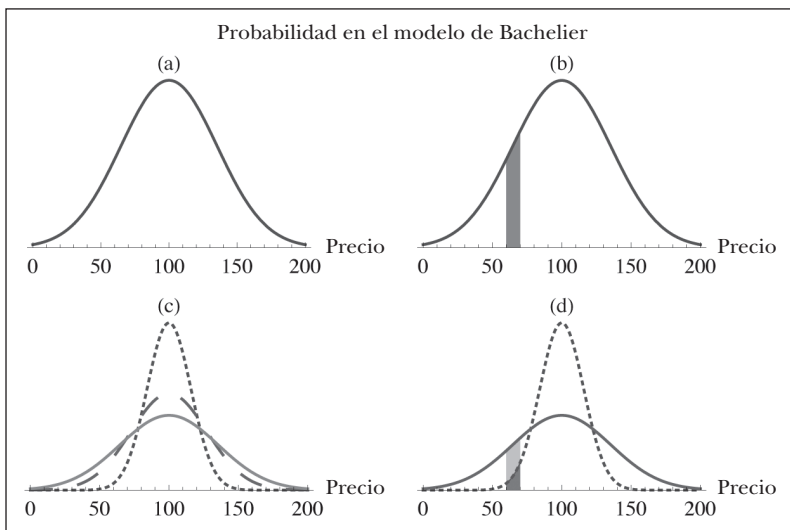


Figura 1: Bachelier descubrió que, si el precio de una acción toma un camino aleatorio, la probabilidad de que alcance un determinado valor en el futuro puede calcularse mediante una curva conocida como distribución normal. Estos gráficos demuestran cómo se aplica este planteamiento para una acción cuyo precio actual es de 100 dólares. El gráfico (a) es un ejemplo de una distribución normal, calculada para un lapso determinado en el futuro, por ejemplo a cinco años vista. La probabilidad de que, dentro de cinco años, el precio de la acción se sitúe en algún punto dentro de un intervalo determinado la da la zona situada bajo la curva; así, por ejemplo, la zona de la región sombreada en el gráfico (b) corresponde a la probabilidad de que la acción tenga un valor de entre 60 y 70 dólares dentro de cinco años. La forma de este gráfico depende de la proyección a futuros que se haga. En el gráfico (c), la línea de puntos representaría el gráfico de un año a partir de ahora; la línea discontinua, el gráfico de los próximos tres años, y la línea continua, el camino dentro de cinco años. Tal como se aprecia, el gráfico se va volviendo más bajo y más grueso a medida que transcurre el tiempo. Esto significa que la probabilidad de que el título bursátil posea un precio muy alejado de los 100 dólares iniciales aumenta, tal como puede verse en el gráfico (d). Apréciense que la zona de la región sombreada situada bajo la línea continua, correspondiente a la probabilidad de que el precio de la acción se sitúe entre los 60 y los 70 dólares de aquí a cinco años, es mucho mayor que la zona de la región sombreada situada bajo la línea de puntos, que corresponde al plazo de un año vista.

cabo, los jugadores son muy avispados apostando a las probabilidades de eventos deportivos y elecciones políticas, por ejemplo, casos ambos que pueden concebirse como predicciones de probabilidades de los varios resultados de estos acontecimientos fortuitos. Ahora bien, ¿cómo se extrapola este factor de probabilidad a los comportamientos de los mercados? Bachelier argumentó que cualquier evento predecible ya se reflejaría en el precio actual de una acción o un bono. En otras palabras, si sospechara por algún motivo que en el futuro podría ocurrir algo que elevara el valor de una acción de Microsoft, como por ejemplo que Microsoft inventara un nuevo tipo de ordenador o ganara una demanda judicial importante, seguramente estaría usted dispuesto a pagar más por un valor de Microsoft ahora que otra persona que no supiera que la empresa va a vivir momentos boyantes, pues tendría usted motivos para esperar que sus acciones fueran al alza. La información que hace que los eventos futuros positivos parezcan probables comporta una elevación de los precios *ahora*, mientras que la información que augura un curso futuro negativo conduce a descensos de precios *ahora*.

No obstante, si este razonamiento es oportuno, planteó Bachelier, entonces los precios de las acciones deben ser necesariamente aleatorios. Piense en qué ocurre cuando se ejecuta una transacción a un precio determinado. Es la hora de la verdad. Una transacción implica que dos personas (un comprador y un vendedor) han acordado un precio. Tanto el comprador como el vendedor han analizado la información disponible y han decidido qué valor dan a la acción, pero con una advertencia importante: el comprador, al menos de acuerdo con la lógica de Bachelier, compra la acción a ese precio porque cree probable que dicho precio aumente en el futuro. El vendedor, en cambio, vende a ese precio porque cree más probable que el precio baje. Para ahondar en este argumento, si tenemos un mercado compuesto por múltiples inversores informados que acuerdan constantemente los precios a los cuales deben producirse las transacciones, el precio actual de una acción puede interpretarse como el precio que tiene en cuenta toda la información posible. Es el precio en el que hay tantas personas informadas

dispuestas a apostar que la acción subirá como las hay deseando apostar que bajará de precio. Dicho de otro modo, en cualquier momento, el precio actual es el precio al que toda la información disponible sugiere que la probabilidad de que la acción vaya al alza o a la baja es del 50 % en ambos casos. Si los mercados funcionan tal como defendía Bachelier, entonces la hipótesis del camino aleatorio no se antoja ninguna insensatez. Es una parte necesaria del funcionamiento de los mercados.

A este modo de contemplar los mercados hoy se lo conoce como hipótesis de eficiencia de los mercados. La idea fundamental es que los precios de los mercados siempre reflejan el valor auténtico de aquello con que se comercia, porque incorporan toda la información disponible. Bachelier fue el primero en sugerirla, pero, como ocurrió con muchos de sus conocimientos profundos de los mercados financieros, pocos de sus lectores apreciaron la importancia de su tesis. El economista de la Universidad de Chicago Eugene Fama redescubrió la hipótesis de eficiencia de los mercados en 1965, con gran fanfarria.<sup>20</sup> Lógicamente, en la actualidad se trata de una hipótesis muy polémica. Algunos economistas, en especial los miembros de la llamada Escuela de Chicago, se aferran a ella como una verdad esencial e irrefutable. Pero no hace falta esforzarse demasiado para darse cuenta de que es un poco sospechosa. Por ejemplo, una consecuencia de la hipótesis es que no pueden existir burbujas especulativas, porque una burbuja sólo puede ocurrir si el precio de mercado de algo se aleja del valor real de ese algo. Cualquiera que recuerde el *boom* de las *puntocom* y su quiebra entre finales de la década de 1990 y principios de la de 2000, o cualquiera que haya intentado vender una propiedad inmobiliaria desde 2006 sabe que los precios no se comportan tan racionalmente como quiere hacernos creer la Escuela de Chicago. De hecho, a la mayoría de los corredores de bolsa a quienes he consultado esta idea les resulta irrisoria.

No obstante, pese a que los mercados no siempre sean eficaces, y no lo son, y pese a que los precios en ocasiones se disparen del valor de los artículos con que se comercia, como así ocurre, la hipótesis de eficiencia de los mercados ofrece un puntal a cualquiera que intente descifrar cómo funcionan los mer-

cados bursátiles. Es una presunción, una idealización. Una buena analogía es la física de instituto, que a menudo suele tener lugar en un mundo sin fricción ni gravedad. Por supuesto, tal mundo no existe. Pero unas cuantas presunciones harto simples pueden ayudar a resolver problemas que de otro modo serían intratables y, una vez se soluciona un problema simplificado, uno puede empezar a plantearse el daño que provocan las presunciones simplificadoras. Si quiere entender qué ocurre cuando dos discos de hockey chocan en una pista de hielo, suponer que no existe fricción no le reportará demasiados problemas. En cambio, suponer que no hay fricción cuando uno se cae de una bicicleta puede conducir a acabar con unas cuantas rozaduras desagradables. Idéntica situación se da cuando uno intenta modelar los mercados financieros: Bachelier *parte* de la hipótesis de eficiencia de los mercados y progresa de manera asombrosa. El siguiente paso, que Bachelier relegó para las futuras generaciones que intentaran entender las finanzas, es averiguar cuándo falla la eficiencia de los mercados y concebir nuevos modos de entender el mercado cuando ello ocurre.

Al parecer, Samuelson fue el único destinatario de las postales de Savage que se preocupó por saber quién era Bachelier. Pero Samuelson quedó lo bastante impresionado y era lo bastante influyente como para difundir lo que había encontrado. Los textos de Bachelier sobre la especulación devinieron una lectura obligatoria entre los alumnos de Samuelson en el MIT, y éstos, a su vez, llevaron a Bachelier a todos los rincones del mundo. Bachelier fue canonizado oficialmente en 1964, cuando Paul Cootner, un colega de Samuelson en el MIT, incluyó una traducción al inglés de su tesis como el primer ensayo de un volumen publicado con el título de *The random character of stock market prices*.<sup>21</sup> Para cuando se publicó la recopilación de Cootner, la hipótesis del camino aleatorio había sido revisada y mejorada de manera independiente por varias personas, pero Cootner atribuyó sin ambigüedades todo el crédito de la idea a Bachelier. En palabras de Cootner:<sup>22</sup> «La obra de Bachelier es tan sobresaliente que podemos afirmar que el estudio de los

precios especulativos tiene su momento de gloria en el momento de su concepción».

En muchos sentidos, Samuelson era la persona idónea para descubrir a Bachelier y difundir de manera eficaz sus ideas. Samuelson demostró ser uno de los economistas más influyentes del siglo xx. Ganó el segundo premio Nobel de Economía en 1970 por «elevar el nivel de análisis en la ciencia económica», código con el que la comisión lo premió por «convertir la economía en una disciplina matemática». Ciertamente, aunque había estudiado economía tanto en su licenciatura por la Universidad de Chicago como durante su doctorado en Harvard, acusaba una profunda influencia de un físico matemático y estadístico llamado E. B. Wilson.<sup>23</sup> Samuelson conoció a Wilson durante su posgrado. A la sazón, Wilson era profesor de «estadística vital» en la Escuela de Sanidad Pública de Harvard, pero había pasado sus primeros veinte años de profesión como físico e ingeniero en el MIT. Wilson había sido el último alumno de J. W. Gibbs, el primer gran físico matemático estadounidense y, de hecho, el receptor del primer doctorado en ingeniería de Estados Unidos, concedido en 1863 por Yale. Gibbs es célebre por haber contribuido a asentar los cimientos de la termodinámica y la mecánica estadística, que intentan explicar el comportamiento de objetos corrientes como tinajas de agua y motores automovilísticos en términos de las piezas microscópicas que los integran.<sup>24</sup>

A través de Wilson, Samuelson se convirtió en discípulo de la tradición gibbsiana. Su tesis doctoral, escrita en 1940, representaba un intento de reescribir la economía con el vocabulario de las matemáticas, tomando prestadas multitud de ideas de Gibbs sobre termodinámica estadística. Uno de los objetivos centrales de la termodinámica es explicar cómo el comportamiento de las partículas, esos pequeños constituyentes de la materia ordinaria, puede extrapolarse para describir objetos de mayor escala. Gran parte de este análisis consiste en identificar variables como la temperatura o la presión que carecen de sentido con relación a las partículas sueltas, pero que, sin embargo, pueden utilizarse para caracterizar su comportamiento colectivo. Samuelson señaló que, en esencia, es posible

concebir la economía en los mismos términos: una economía la construyen las personas que toman decisiones económicas ordinarias. El truco para entender la economía a gran escala, o macroeconomía, radica en intentar identificar las variables que caracterizan la economía en su conjunto —por ejemplo, la tasa de inflación— y luego desentrañar la relación de dichas variables con los individuos que componen la economía. En 1947, Samuelson publicó un libro basado en su tesis de Harvard titulado *Fundamentos del análisis económico*.<sup>25</sup>

La obra de Samuelson tuvo una repercusión que la tesis de Bachelier jamás podría haber disfrutado. Cuando Bachelier estudiaba, la economía apenas era una disciplina profesional. En el siglo XIX era, básicamente, un subgénero de la filosofía política. Los números desempeñaron un papel insignificante hasta la década de 1880, e incluso entonces cobraron relevancia sólo porque algunos filósofos se interesaron por medir las economías del mundo para poder compararlas mejor. Cuando Bachelier redactó su tesis, básicamente no existía ningún campo de la economía que revolucionar, y de los pocos economistas que existían, prácticamente ninguno habría sido capaz de entender y apreciar las matemáticas que utilizaba Bachelier.

En el transcurso de los siguientes cuarenta años, la economía maduró en tanto que ciencia.<sup>26</sup> Los primeros conatos de medir cantidades económicas cedieron paso a herramientas más sofisticadas para relacionar distintas cantidades económicas entre sí, en parte gracias a la obra de Irving Fisher,<sup>27</sup> el primer economista estadounidense y también alumno de Gibbs en Yale. Durante las primeras décadas del siglo XX, la investigación en el campo de la economía fue esporádica, con un leve apoyo de los gobiernos europeos durante la Primera Guerra Mundial, cuando las necesidades bélicas los obligaron a adoptar políticas que incrementaran la producción. No obstante, la disciplina no se aplicó realmente hasta principios de la década de 1930, con el amanecer de la Gran Depresión. Líderes políticos de toda Europa y Estados Unidos dieron en creer que algo espantoso había sucedido con la economía mundial y buscaron el consejo de los expertos para solucionarlo. De súbito, la financiación destinada a la investigación se disparó y condu-

jo a la creación de multitud de puestos universitarios y gubernamentales. Samuelson aterrizó en Harvard en la cresta de esta nueva ola de interés y, cuando se publicó su libro, había una gran comunidad de investigadores al menos parcialmente capacitados para entender su significado. El libro de Samuelson y su posterior manual, que desde entonces se ha convertido en uno de los libros de economía superventas de todos los tiempos, ayudaron a otras personas a apreciar lo que Bachelier había conseguido casi medio siglo antes.

En la jerga moderna, lo que Bachelier aportó en su tesis fue un *modelo* sobre cómo varían los precios de mercado con el tiempo, el hoy conocido como modelo del paseo o el camino aleatorio. El término «modelo» se abrió camino en la economía durante la década de 1930, con el trabajo de otro físico reconvertido en economista, Jan Tinbergen.<sup>28</sup> (Samuelson fue el segundo en recibir el premio Nobel de Economía; Tinbergen, el primero.) Dicho término ya se había utilizado en el ámbito de la física para referirse a algo parecido a una teoría física completa. Una teoría, al menos como suele entenderse en física, es un intento de describir de manera íntegra y precisa un rasgo del mundo. En cambio, un modelo es una suerte de imagen simplificada de cómo funciona un sistema o un proceso físico. Y fue así, más o menos, como Tinbergen utilizó este término también en economía, si bien sus modelos se diseñaron específicamente para concebir modos de predecir relaciones entre variables económicas, como la relación entre las tasas de interés y la inflación o entre distintos salarios en una misma empresa y la productividad general de dicha empresa. (Tinbergen es célebre por defender que una compañía sería menos productiva si el salario del empleado mejor pagado supera en más de cinco veces el del empleado peor pagado, una regla de oro que hoy en día parece haber caído en el olvido.) A diferencia de lo que ocurre en física, donde se suele trabajar con teorías a gran escala, la economía matemática funciona de manera casi exclusiva con modelos.<sup>29</sup>

Para cuando Cootner publicó su libro en 1964, la idea de que los precios de mercado siguen un camino aleatorio estaba

bien atrincherada, y muchos economistas acreditaban a Bachelier como su primer defensor. Sin embargo, el modelo del camino aleatorio no era el punto fuerte de la tesis de Bachelier, sino que éste la consideraba una obra preliminar al servicio de su verdadero objetivo, que consistía en concebir un modelo para las opciones de precios. Una opción de este tipo de derivado otorga a la persona que la posee el derecho a comprar (o, en ocasiones, a vender) un valor específico, como una acción o un bono, a un precio determinado (el denominado precio de ejercicio), en un tiempo futuro determinado (la fecha de caducidad). Cuando se compra una opción, no se compra directamente la acción subyacente, sino el derecho a negociar con dicha acción en un momento futuro, pero a un precio que se acuerda en el presente. De este modo, el precio de una opción debería corresponderse con el valor del derecho a comprar algo en un momento del futuro.

Incluso en 1900, era evidente para cualquiera interesado en el comercio que el valor de una opción debía tener algo que ver con el valor del título negociable subyacente, así como con el precio de ejercicio. Si una acción de Google se vende a 100 dólares y yo tengo un contrato que me autoriza a comprarla por 50, esa opción vale al menos 50 dólares para mí, puesto que puedo adquirirla al precio descontado y venderla inmediatamente para obtener un beneficio. Por el contrario, si la opción me da derecho a comprar la acción a 150 dólares, no me va a hacer ningún bien, a menos, claro está, que el precio de las acciones de Google se dispare por encima de esa cifra. Sin embargo, establecer la relación precisa entre ambas variables era un misterio. ¿Cuánto debería valer ahora el derecho de hacer algo en el futuro?

La respuesta de Bachelier se sustentaba en la idea de una apuesta justa. En la teoría de la probabilidad, se considera que una apuesta es justa si el resultado medio para las dos personas implicadas en ella es cero. Esto significa que, de media, tras varias apuestas repetidas, ambos jugadores deberían quedar empatados. Una apuesta injusta, en cambio, se da cuando se espera que uno de los implicados pierda dinero a largo plazo. Bachelier defendía que una opción es un tipo de apuesta. La



persona que vende la opción apuesta a que entre el momento en que ésta se vende y el momento en que caduca, el precio del valor negociable subyacente caerá por debajo del precio de ejercicio. Si eso ocurre, el vendedor gana la apuesta; es decir, obtiene un beneficio de la opción. El comprador de la opción, por su parte, apuesta a que, en un momento determinado, el precio del valor negociable subyacente superará el precio de ejercicio, en cuyo caso *el comprador* obtendrá un beneficio ejerciendo la opción y vendiendo inmediatamente el valor negociable asociado. Así pues, ¿cuánto debería costar una opción? Bachelier defendió que un precio justo para una opción sería el precio correspondiente a una apuesta justa.

En general, para determinar si una apuesta es justa, hay que conocer la probabilidad de cada resultado posible y cuánto se ganaría (o perdería) si se diera tal resultado. Es fácil establecer cuánto se ganará o perderá, pues no es más que la diferencia entre el precio de ejercicio de la opción y el precio de mercado del valor negociable subyacente. Sin embargo, con el modelo del camino aleatorio en mano, Bachelier también sabía cómo calcular las probabilidades de que un título bursátil determinado superara (o no lograra superar) el precio de ejercicio en una ventana temporal determinada. Combinando estos dos elementos, Bachelier demostró cómo calcular el precio justo de una opción. Problema resuelto.

Cabe recalcar aquí un punto importante. A menudo oímos decir que los mercados son impredecibles porque son aleatorios. En cierto sentido se trata de una afirmación correcta, y Bachelier lo sabía. El modelo del camino aleatorio de Bachelier indica que es imposible predecir si un valor determinado va a ir al alza o a la baja o si la cartera de valores obtendrá beneficios. Pero, en otro sentido, algunos aspectos del mercado sí son predecibles, precisamente porque son aleatorios. El hecho de que los mercados sean aleatorios permite utilizar el modelo de Bachelier para efectuar predicciones de probabilidades, las cuales, gracias a la ley de los grandes números (el resultado matemático descubierto por Bernoulli que enlaza las probabilidades con la frecuencia), aportan información sobre el comportamiento de los mercados a largo plazo. Este tipo de

predicción resulta inútil para alguien que especula directamente en los parqués, porque no permite al especulador seleccionar qué títulos serán alcistas y cuáles bajistas. Pero eso no significa que las predicciones estadísticas no puedan servir de ayuda a los inversores. Basta con analizar el modelo de los precios de las opciones propuesto por Bachelier, cuya eficacia reside justamente en presumir que los mercados de los valores subyacentes son aleatorios.

Dicho esto, ni siquiera una fórmula para poner precio a las opciones es un viaje garantizado al banco. Se precisará, además, un modo de utilizar la información provista por dicha fórmula para guiar las decisiones de inversión y ganar ventaja en el mercado. Bachelier no ofrecía un planteamiento claro de cómo incorporar su modelo para poner precio a las opciones en una estrategia comercial. Y ése fue uno de los motivos por los que dicho modelo captó menos la atención que su modelo del camino aleatorio, incluso después de que su tesis fuera redescubierta por los economistas. Un segundo motivo era que las opciones siguieron siendo un producto relativamente exótico durante largo tiempo después de que Bachelier escribiera su tesis doctoral, de manera que, incluso cuando los economistas de las décadas de 1950 y 1960 se interesaron por el modelo del camino aleatorio, el modelo de valoración de opciones se antojaba pintoresco e irrelevante. En Estados Unidos, por ejemplo, durante gran parte del siglo xx se consideró ilegal negociar con opciones, salvo excepciones. La situación cambió a finales de la década de 1960 y de nuevo a principios de la de 1970. En manos ajenas, los patrones de valoración de opciones al estilo de Bachelier asentaron las bases sobre las cuales se construyeron diversas fortunas.

Bachelier sobrevivió a la Primera Guerra Mundial. Fue liberado del ejército el último día de 1918. A su regreso a París descubrió que su puesto en la universidad había sido suprimido. Sin embargo, en general, la situación mejoró para Bachelier tras la guerra. Muchos jóvenes matemáticos prometedores habían perecido en los campos de batalla y, como consecuencia, habían dejado vacantes sus puestos universitarios. Bachelier

pasó los primeros años tras la guerra, entre 1919 hasta 1927, ejerciendo de profesor invitado, primero en Besançon, luego en Dijon y finalmente en Rennes. Éstas no eran universidades especialmente prestigiosas, pero le ofrecieron puestos docentes asalariados, algo extremadamente extraño en Francia. Con el tiempo, en 1927, Bachelier fue ascendido al grado de profesor en plantilla en Besançon, donde impartió clases hasta su jubilación en 1937. Vivió nueve años más, durante los cuales revisó y volvió a publicar la obra que había escrito a lo largo de su carrera. Pero dejó de escribir obras originales. Entre el momento en que obtuvo la cátedra hasta la fecha de su muerte, Bachelier únicamente publicó un artículo nuevo.

En las postrimerías de la carrera profesional de Bachelier, en 1926 (el año antes de que accediera a su puesto permanente), se produjo un acontecimiento que empañó sus últimos años como profesor y podría explicar por qué dejó de publicar. Ese año, Bachelier solicitó un puesto permanente en Dijon, donde había ejercido como profesor durante varios años. Revisando sus escritos, uno de sus colegas se confundió con la notación de Bachelier. Convencido de haber detectado un error, envió el documento a Paul Lévy, un teórico de la probabilidad francés más joven pero también más famoso. Lévy, que únicamente examinó la página en la que supuestamente aparecía el error, confirmó las sospechas del matemático de Dijon. Y así, Bachelier fue vetado de Dijon. Posteriormente supo de la implicación de Lévy en aquel fiasco y se enfureció. Puso en circulación entonces una carta donde afirmaba que Lévy había bloqueado ex profeso su carrera sin entender su obra.<sup>30</sup> Bachelier consiguió su puesto en Besançon un año después, pero el daño ya estaba hecho y las preguntas sobre la legitimidad de gran parte de su trabajo persistieron. Por ironías de la vida, en 1941, Lévy leyó el artículo final de Bachelier. El tema era el movimiento browniano, en el cual Lévy también estaba trabajando. El artículo le pareció sensacional. Se puso en contacto por correspondencia con Bachelier, revisó la obra anterior de éste y descubrió que había sido él, y no Bachelier, quien se había equivocado: la notación y el estilo informal de Bachelier le habían dificultado la comprensión del texto, pero, en esencia,

era correcto. Lévy escribió a Bachelier y se reconciliaron, probablemente en algún momento de 1942.

Diversos matemáticos importantes que estudiaron la teoría de la probabilidad en los albores del siglo xx hicieron referencia a la obra de Bachelier. No obstante, tal como demuestra el intercambio epistolar con Lévy, muchas de las personas más influyentes coetáneas activas en Francia en vida de Bachelier, incluidas algunas que trabajaban en temas próximos a las especialidades de éste, o bien no conocían su existencia o bien desestimaron su obra por irrelevante o defectuosa. Dada la importancia que ideas como éstas tienen hoy en día, no queda sino concluir que Bachelier se adelantó demasiado a su tiempo. No obstante, poco después de su muerte, sus ideas reaparecieron en la obra de Samuelson y sus alumnos, así como en la de otros que, como Bachelier, habían llegado a la economía procedentes de otros ámbitos, como el matemático Benoît Mandelbrot y el astrofísico M. F. M. Osborne. Tanto en el mundo académico como en el financiero habían echado a andar cambios que brindarían a estos profetas posteriores la clase de reconocimiento que Bachelier jamás disfrutó en vida.